MATEMATICA - SOLUZIONI E COMMENTI

1 Risposta: **C**.
$(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$ (è un prodotto notevole).

2 Risposta: **D**. Il M.C.D. si ottiene moltiplicando tra loro i fattori comuni col minimo esponente:
$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$
$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$
M.C.D. $= 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60$

3 Risposta: **E**. La derivata di una costante è sempre 0.

4 Risposta: **C**. Per definizione di derivata di un prodotto.

5 Risposta: **C**. Infatti la proprietà è valida per la funzione *cos* ma non per la funzione *sen*; è sufficiente sostituire un valore a caso per notare che i risultati sono uguali in valore assoluto ma non per il segno.

6 Risposta: **E**. Questo è il simbolo con cui si indica il coefficiente binomiale, che si calcola come

$$\frac{n!}{(n - i! \cdot i!)}$$

7 Risposta: **C**. La somma degli angoli interni di un parallelogramma è di 360º; poiché 2 angoli interni consecutivi devono essere supplementari (somma deve essere uguale a 180º), i 2 angoli consecutivi devono essere o 2 angoli retti, o uno ottuso e l'altro acuto; non ci possono essere più di 2 angoli ottusi.

8 Risposta: **E**. L'equazione non rappresenta una conica, perché è di 3º grado.

9 Risposta: **E**. sen$x$ è una funzione periodica di periodo $P = 2\pi$; per calcolare il periodo di sen$2x$ bisogna effettuare il seguente calcolo $P/2 = \pi$

10 Risposta: **D**. La condizione **D** è necessaria, ma non sufficiente per affermare che i 2 triangoli sono uguali; infatti, due triangoli per essere uguali devono avere tutti gli angoli uguali (c.n. → condizione necessaria), ma anche (almeno) un lato uguale (c.s. → condizione sufficiente), in modo da soddisfare uno dei criteri di uguaglianza (come nel caso **A**, **B**, **C**).

11 Risposta: **B**. La circonferenza ha equazione generale $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ (oppure $x^2 + y^2 = r^2$ se centrata nell'origine).

12 Risposta: **D**. Quando nell'equazione cartesiana di una circonferenza manca il termine noto, questa passa per l'origine.

13 Risposta: **C**. La mediana in statistica è la grandezza alla quale corrisponde una frequenza che bipartisce la successione; scambiando un 8 con 20, questa grandezza non cambia.

14 Risposta: **E**. Il logaritmo è l'esponente che va assegnato alla base per ottenere l'argomento. Perciò $x = 3^{1/3} = \sqrt[3]{3}$.

15 Risposta: **E**. È un'equazione di primo grado, per cui rappresenta una retta.

16 Risposta: **B**. La disequazione è indeterminata, poiché è verificata per ogni possibile valore della x.

17 Risposta: **E**. Disposizione di n elementi, presi a k a k: $D_{n,k} = n \cdot (n - 1) \ldots (n - k + 1)$; disposizione di 7 elementi, presi a 3 a 3:
$D_{7,3} = 7 \cdot 6 \cdot 5$

18 Risposta: **E**. $d = \sqrt{2} \cdot l$

19 Risposta: **E**. La permutazione di n oggetti diversi, disposti in modo circolare è uguale a $(n - 1)!$

20 Risposta: **D**. L'unico valore che soddisfa l'equazione di terzo grado è $x = 3$; sostituendolo si ottiene
$108 - 72 + 12 - 48 = 0$.

21 Risposta: **E**. Permutazione di 6 oggetti
$P_6 = 6! = 720$

22 Risposta: **D**. Nelle proporzioni il prodotto degli estremi è uguale a quello dei medi, da cui si ottiene $x = (11 \cdot 16)/2 = 88$.

23 Risposta: **D**. $x^3 - y^3 = (x^2 + xy + y^2)\,(x - y)$

24 Risposta: **A**. $2(3x/2 + 7) + 7 = 0 \rightarrow 3x + 21 = 0 \rightarrow x = 21$

25 Risposta: **B**. I punti che giacciono sull'asse delle ascisse hanno ordinata nulla.

26 Risposta: **E**. La moda è un indice di posizione ed è il valore della rilevazione che presenta la massima frequenza.

27 Risposta: **E**. È un'equazione di secondo grado, in cui i coefficienti dei termini di secondo grado sono uguali, quindi è una circonferenza.

28 Risposta: **A**. Si usa la formula della distanza tra 2 punti

$$d = \sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2}$$

$$d = \sqrt{(1-5)^2 + (2-(1))^2} =$$

$$= \sqrt{(4)^2 + (3)^2} = \sqrt{9+16} = 5$$

29 Risposta: **A**. tgπ = 0

30 Risposta: **E**. I due eventi sono indipendenti, quindi si moltiplicano le 2 probabilità che i 2 eventi si verifichino: 1/6 · 1/2 = 1/12 [P (esce il numero 5) · P (esce un numero pari)].

31 Risposta: **C**. log*e* è di gran lunga più piccolo di uno (l'esponente che si deve dare a 10 per ottenere *e* = 2,7...).

32 Risposta: **A**. Per definizione di tangenza. Se una retta individua il diametro di una circonferenza o più in generale la interseca in due punti distinti, allora è secante.

33 Risposta: **B**. Poiché la mediana è il valore che ripartisce in due metà il campione.

34 Risposta: **B**. Si può costruire proprio un triangolo rettangolo, poiché $3^2 + 4^2 = 5^2$

35 Risposta: **A**. tg (–90°) = –∞

36 Risposta: **C**. Infatti la proprietà è valida per la funzione *cos* ma non per la funzione *sen*; è sufficiente sostituire un valore a caso per notare che i risultati sono uguali in valore assoluto ma non per il segno.

37 Risposta: **D**. I numeri primi sono numeri che possono essere divisi in modo intero solo per se stessi e per uno, quindi 23, 7, e 17 non hanno altri numeri per cui sono divisibili mentre 49, oltre a essere divisibile per uno e per se stesso, risulta divisibile per 7, di cui è il quadrato.

38 Risposta: **D**. Sostituendo nell'equazione si verifica che la soddisfa.

39 Risposta: **D**. Se il discriminante è uguale a 0, le radici dell'equazione di secondo grado sono 2, reali e coincidenti.

40 Risposta: **D**. sen(a + 2b) = cos$a$ sen2b + sen$a$ cos2b

41 Risposta: **D**. Infatti i casi totali sono 36; i casi favorevoli sono 18; 18/36 = 1/2, cioè il 50%.

42 Risposta: **D**. La media è

$$\frac{4+7+5+4+7+6}{12}$$

$$+\frac{6+10+3+8+9+2}{12} = 5,91$$

Ordiniamo adesso i valori in modo crescente: 2, 3, 4, 4, 5, 6, 6, 7, 7, 8, 9, 10; la mediana è la media tra i due valori centrali 6 e 6, ovvero 6. La moda è rappresentata dai valori di maggior frequenza, ovvero 4, 6, e 7.

43 Risposta: **E**. Il volume del cono è uguale a $1/3\pi r^2 \cdot h$

44 Risposta: **B**. $ax^2 - ay^2 + d = 0$ è l'equazione generica di un'iperbole.

45 Risposta: **A**. Per ricavare il valore del seno si sfrutta la proprietà $\text{sen}^2x + \cos^2x = 1$

$$\text{sen}x = \sqrt{1-\cos^2 x} = \sqrt{1-0,64} = 0,6$$

46 Risposta: **A**. Il coseno è una funzione pari.

47 Risposta: **D**. Per un punto passano infinite rette.

48 Risposta: **A**. L'equazione è una funzione fratta, si pone il denominatore ≠ 0. $x - 4 \neq 0$, $x \neq 0$

49 Risposta: **D**. $(4a - 3b)^2 = 16a^2 - 24ab + 9b^2$; nella **E** è sbagliato il segno del doppio prodotto.

50 Risposta: **B**. Se fosse dovuta effettuare la permutazione di otto persone da disporre in una panca diritta, le disposizioni possibili sarebbero state **A**; ma poiché sono disposti in maniera circolare, la posizione della prima persona è ininfluente, quindi si considerano le permutazioni di $n - 1$ elementi.

51 Risposta: **C**. Si applica la proprietà dei logaritmi: log(a · b) = log$a$ + log$b$; la somma di 2 logaritmi aventi la stessa base è uguale al logaritmo del prodotto degli argomenti.

52 Risposta: **C**. Si usa la formula della distanza tra 2 punti:

$$d = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

53 Risposta: **B**. tg315° = –1

54 Risposta: **B**. $\cos^2 x = 1 - \text{sen}^2 x$, sostituendo sen$x$ = 0,3 otteniamo:
$\cos^2 x = 1 - 0{,}09 = 0{,}9 \cos x = 0{,}95$

55 Risposta: **D**. È un'iperbole equilatera, non interseca mai gli assi.

56 Risposta: **C**. $ax + b > 0$ è equivalente a $ax > -b$, e da qui si ottiene $x > -b/a$.

57 Risposta: **D**. È la formula principale della trigonometria, deriva dal teorema di Pitagora ed è sempre valida.

58 Risposta: **D**. $\sqrt{5}$ è un numero decimale, illimitato e aperiodico, dunque irrazionale, dunque reale.

59 Risposta: **E**. L'argomento deve essere posto > 0; $x^2 + 64 > 0$ per ogni x appartenente a $\mathcal{R}$.

60 Risposta: **A**. sen(a + 180°) = –sen$a$

61 Risposta: **E**. La funzione non è iniettiva e nessuna delle opzioni, ovvero **A-B-C-D**, soddisfa l'equazione.

62 Risposta: **A**. La somma dei cubi dei numeri dati è 100, poiché 8 + 27 + 1 + 64 = 100.

63 Risposta: **C**. L'equazione $x^2 = k^2 - 1$, ha 2 radici reali e distinte, e se e solo se è soddisfatta la condizione $k^2 - 1 > 0$, cioè $k < -1$ o $k > 1$

64 Risposta: **C**. Basta sostituire $y = x$ nell'equazione della circonferenza ottenendo $x^2 + x^2 = 1$, cioè $2x^2 = 1$, da cui si arriva a $y = x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$

65 Risposta: **A**. Una parabola e una retta secante hanno 2 punti in comune.

66 Risposta: **B**. Per le proprietà dei logaritmi. Infatti facendo un breve esempio, $10^5 = 10^3 \cdot 10^2$.

67 Risposta: **E**.
Casi favorevoli sono 2 [(4, 6), (6, 4)] su 36 casi totali (tutte le coppie di numeri che possono uscire); 2/36 = 1/18.

68 Risposta: **E**. Nella geometria piana, il cerchio è la porzione di piano delimitata da una circonferenza.

69 Risposta: **D**. La probabilità che esca il numero 6 è di 1/6; che al secondo lancio esca un numero dispari è 1/2; 1/6 · 1/2 = 1/12

70 Risposta: **B**. L'equazione non è una circonferenza, $x^2 + y^2 = -4$ poiché il termine noto deve essere > 0 e non < 0

71 Risposta: **A**. Per definizione si ha che $\text{sen}a^2 + \cos a^2 = 1$

72 Risposta: **D**. Per trovare il punto medio M, di due punti nel piano reale, bisogna utilizzare la seguente formula del punto medio M

$$\left(\frac{x_a + x_b}{2}; \frac{y_a + y_b}{2}\right)$$

73 Risposta: **D**. Infatti $5^2 + 12^2 = 13$.

74 Risposta: **B**. sen(a + 180°) = sen$a$

75 Risposta: **D**. Si tratta di derivate fondamentali.

76 Risposta: **E**. Se osserviamo il cerchio unitario al cui interno facciamo variare l'angolo a, vediamo come questo vari tra 270° dove il cos$a$ = 0, fino a 360°, dove invece il cos$a$ = 1.

77 Risposta: **E**. Il m.c.m. si ottiene moltiplicando tra loro i fattori comuni e non comuni col massimo esponente:
$180 = 2^2 \cdot 3^2 \cdot 5$
$240 = 2^4 \cdot 3 \cdot 5$
$300 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5^2$
m.c.m. = $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5^2 = 3600$

78 Risposta: **D**. La generica equazione della retta è $ax + by + c = 0$; se e solo se $c = 0$ la retta passa per l'origine.

79 Risposta: **B**. Si tratta di derivate fondamentali.

80 Risposta: **C**. Il termine noto deve essere negativo.

81 Risposta: **E**. La parabola e la sua direttrice non hanno punti in comune.

82 Risposta: **E**. L'arrotondamento è l'operazione di approssimare la rappresentazione di un numero limitando il numero di cifre utilizzabili per tale rappresentazione; l'ultima cifra usata può rimanere identica o aumentare di un'unità: se dopo di essa vi è un numero tra 0 e 4 si arrotonda per difetto, troncando il numero e lasciando inalterata l'ultima cifra decimale. In caso contrario si arrotonda per eccesso, aumentando di un'unità l'ultima cifra decimale. Per esempio, se arrotondiamo 7,532 alla seconda cifra decimale, dato che la terza è un 2, la seconda rimane invariata e il numero arrotondato è 7,53. Se invece avessimo 7,539, arrotonderemmo per eccesso a 7,54.

83 Risposta: **B**. Il coefficiente angolare di una retta è uguale alla tangente dell'angolo formato dalla retta e l'asse delle x.

84 Risposta: **C**. e^z e e^t sono dei numeri reali; l'equazioni è di primo grado quindi rappresenta una retta.

85 Risposta: **C**.
$y = \log f(x)$, $y' = \frac{f'(x)}{f(x)}$, $f'(x) = 4$, $\frac{y'=4}{4x+1}$

86 Risposta: **C**. La distanza AB è composta da due lati dei quadratini ($2l$) più la diagonale di un quadratino che misura $l\sqrt{2}$; quindi la distanza totale vale $1 - \sqrt{2}/2$.

87 Risposta: **C**. $y = e^{(x)} \rightarrow \ln(y) = x$; non è giusta la **A** perché la base deve essere il numero naturale e, per cui si utilizza il logaritmo naturale.

88 Risposta: **C**. $y = \cos f(x) \rightarrow y' = f'(x) \cdot (-\text{sen} f(x))$; la **D** è sbagliata perché non c'è la derivata dell'argomento del coseno (2).
$y = \cos 2x$, $f'(x) = 2$, $y' = 2 \cdot -\text{sen}(2x)$

89 Risposta: **C**. È proprio l'equazione di una circonferenza passante per l'origine.

90 Risposta: **A**. La probabilità di un evento = nº di eventi favorevoli/nº di eventi totali 1 asso di picche/52 carte.

91 Risposta: **B**. In una curva o in una funzione, in corrispondenza di un punto di flesso vi è un cambiamento di curvatura ovvero di convessità. In un punto di flesso la tangente di una curva attraversa il suo grafico e la derivata seconda della curva cambia segno.

92 Risposta: **E**. Il rombo è un parallelogramma, con gli angoli uguali a due a due, con i 4 lati uguali e con le diagonali perpendicolari tra loro.

93 Risposta: **D**. I casi favorevoli sono 15 (5 nere più 10 rosse) su 40 (il totale delle palline); la probabilità + quindi uguale a $15/40 \cdot 14/39 = 7/52$.

94 Risposta: **C**. Dalle formule di duplicazione si ricava che $\cos 2a = -2\text{sen}^2 a + 1$

95 Risposta: **A**. L'asse x ha equazione $y = 0$; se sostituiamo questo valore nell'equazione della curva otterremo $3x^2 = -1$, ovvero nessuna intersezione. Se invece sostituiamo $x = 0$ (asse y), avremo $y = 1$, ovvero un'intersezione nel punto P(0, 1)

96 Risposta: **C**. La probabilità che esca nel primo lancio un numero pari è 1/2, e che esca il 6 è 1/6; visto che sono indipendenti si possono moltiplicare le 2 probabilità.

97 Risposta: **C**. Per trovare il M.C.D si devono scomporre i polinomi in fattori irriducibili, e prendere in considerazione quelli comuni con il minimo esponente; $(x + 1)$ è il fattore irriducibile in comune.

98 Risposta: **D**. Dati un poligono convesso di qualsiasi numero di lati e un punto V esterno al suo piano, si chiama angoloide di vertice V la figura formata da tutte le semirette di origine V che passano per i punti del poligono. Se il poligono ha quattro lati, l'angoloide si dice angoloide tetraedro. Inoltre la somma delle facce di un angoloide convesso è minore di quattro diedri retti, ognuno dei quali ha un'ampiezza di 90º. Dunque la somma delle facce è minore di 360º.

99 Risposta: **E**. Se calcoliamo le due parentesi otteniamo che $(x + 5)(x + 8) = x^2 + 13x + 40$. I termini di primo e secondo grado risultano essere entrambi dispari per x dispari, ed entrambi pari per x pari, ma se sommiamo tra loro 2 numeri dispari il risultato sarà 1 numero pari, mentre la somma di 2 numeri pari dà sempre un numero pari. Quindi la somma dei primi 2 termini dà sempre come risultato un numero pari che sommato a un altro numero pari mi dà un altro numero pari.

100 Risposta: **A**.
$2x^2y + 6x^3z + 4xy + 12x^2z =$
$= 2xy(x + 2) + 6x^2z\,(x + 2) =$
$= (x + 2)(2xy + 6x^2z)$

101 Risposta: **A**. Proprietà distributiva degli insiemi $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

102 Risposta: **B**. Alcuni numeri primi terminano con 1, ma non tutti (per esempio 5, 9, 17...). Inversamente, non tutti i numeri che terminano per 1 sono primi (per esempio 21, 51...).

103 Risposta: **A**. Dividendo entrambi i membri per y, si ottiene una proporzione diretta tra x e y.

104 Risposta: **B**. $2 \cdot (-5/2) + 3 = 3 \cdot 1 - 5 \rightarrow -2 = -2$
Viene soddisfatta l'uguaglianza.

105 Risposta: **D**. Per un punto passano infinite rette.

106 Risposta: **D**. Il coseno di un angolo non ha unità di misura, è un numero puro, essendo il rapporto tra due segmenti.

107 Risposta: **C**. Si usano le proprietà dei logaritmi: $\log a^b = b \cdot \log a$; $\log_a a = 1$
$\log_3 (1/27) = \log_3 27^{-1} = \log_3 3^{-3} = -3 \log_3 3 = -3$

108 Risposta: **D**. Applicando la ben nota formula della retta per due punti

$$\frac{y - y_1}{y_2 - y_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}$$

otteniamo $y = -2x$

109 Risposta: **B**. La circonferenza è una conica di 2º grado.

110 Risposta: **C**. È un valore notevole.

111 Risposta: **A**.
$\text{sen}^2 a = 1 - \cos^2 a \rightarrow \text{sen}^2 a + \cos^2 a = 1$

112 Risposta: **D**. Sostituendo $y = 2$ in $y = -3x + 2$, ricaviamo $x = 0$

113 Risposta: **E**. Non è pari poiché $f(-x) \neq f(x)$, non è dispari poiché $f(-x) \neq -f(x)$, non è iniettiva poiché $f(2) = f(3)$ e non è suriettiva poiché non tutti gli elementi dell'asse y hanno controimmagine.

114 Risposta: **D**. È una progressione aritmetica, e il risultato è dato da

$$\frac{x_1 + x_n}{2} \cdot n$$

dove x_1 è il primo termine della successione e x_n l'ultimo.

115 Risposta: **B**. L'equazione si sviluppa svolgendo i calcoli:
$x^3 - 2000x = x^3 - x^2$, ovvero $-2000x = -x^2$, da cui $x^2 - 2000\,x = 0$ e $x(x - 2000) = 0$, la quale ha le due soluzioni reali 0 e 2000.

116 Risposta: **D**.
$\text{sen}45° = \cos 45° \rightarrow \text{sen}45° - \cos 45° = 0$

117 Risposta: **D**. $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \text{sen}\, a\, \text{sen}\, b$.

118 Risposta: **D**. $y = ax$, $y' = ax \log a$

119 Risposta: **A**. Sostituendo $y = 2x$ nella prima equazione otteniamo $3x + 2x = 5$, dunque $x = 1$ e $y = 2$

120 Risposta: **D**.

$$\frac{2x(x^2 - 9)}{(4x^3 - 12x^2)} = \frac{2x(x-3)(x+3)}{4x^2(x-3)} = \frac{(x+3)}{2x}$$

121 Risposta: **B**. Infatti l'area è in questo caso il semiprodotto dei cateti: $A = 3\text{ cm} \cdot 4\text{ cm}/2 = 12\text{ cm}^2$.

122 Risposta: **E**. I valori di sen45º e cos135º sono uguali ma con segno opposto. Infatti
$\text{sen}45° + \cos 135° = \text{sen}45° + \cos(45° + 90°) = \text{sen}45° - \text{sen}45° = 0$

123 Risposta: **D**. Svolgendo i calcoli si ottiene:
$(2x - 1)(2x + 1) = (2x + 1)^2 \rightarrow$
$\rightarrow 4x^2 - 1 = 4x^2 + 1 + 4x \rightarrow$
$\rightarrow 4x = -2 - x = -1/2$

124 Risposta: **C**. $(\text{sen}^2 a + \cos^2 a) = 1$, $2 \cdot 1 = 2$

125 Risposta: **A**. Si applicano le proprietà dei logaritmi
$\log_2 2 \cdot 1/16 = \log_2 1/8 = \log_2 2^{-3} =$
$= -3 \log_2 2 = -3^{-3}$.
Si ricorda che $\log_a a = 1$.

126 Risposta: **A**. La somma degli angoli interni di un poligono di n lati è $(n - 2) \cdot 180°$ Nel nostro caso $n = 4$ e il risultato è 360º.

127 Risposta: **E**. La possibilità p di un evento è il rapporto tra i casi favorevoli e quelli totali; se $p = 1$, l'evento è certo poiché tutti i casi sono favorevoli.

128 Risposta: **D**. $\ln a + \ln b = \ln ab$

129 Risposta: **B**. Il numero di disposizioni di 7 oggetti di verso è uguale a 7! Permutazione di n oggetti: $P_n = n!$

130 Risposta: **B**. La media aritmetica si ottiene nel seguente modo:

$$\frac{1/2 + 2 + 3 + 3/4 + 0,7}{5} = 1,39$$

dove il 5 a denominatore è il numero di termini sommati a numeratore.

131 Risposta: **B**. Per trovare le intersezioni con l'asse delle x, bisogna porre un sistema fra l'equazione $y = x^2 + 1$ e $y = 0$, quindi risolvo $0 = x^2 + 1$, ma non ha soluzioni reali $\rightarrow$ la parabola non interseca l'asse delle x.

132 Risposta: **C**. Il polinomio $x^3 + 3x^2 - 4x$ è equivalente a $x(x^2 + 3x - 4)$. Il binomio tra parentesi ha radici $x_1 = -4$ e $x_2 = +1$ e si scompone dunque come $(x - x_1)(x - x_2)$, ovvero $(x + 4)(x - 1)$.

133 Risposta: **E**. Un triangolo ha somma dei suoi angoli interni pari a 180º; può avere un angolo retto (triangolo rettangolo) ma non più di un angolo retto. Inoltre in un triangolo rettangolo la somma dei due angoli acuti è pari a 90º, dunque è plausibile che uno dei due sia ampio 60º (basti pensare alla squadretta da disegno 30/60).

134 Risposta: **C**. È una differenza di quadrati, quindi $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$.

135 Risposta: **D**. Permutazione di n oggetti, di cui k uguali, $P_{n,k} = n!/k! = 20$ permutazione di 5 oggetti, di cui 3 uguali, $5!/3! = 20$.

136 Risposta: **D**. 6 non è un numero primo, è multiplo di 2 e di 3; per definizione un numero primo deve esere multiplo solo di uno e di se stesso.

137 Risposta: **A**. $y + 2 = -2(x - 1) \rightarrow y + 2 = -2x + 2 \rightarrow y = -2x$; la retta è senza termine noto, quindi passa per l'origine.

138 Risposta: **D**. Difatti per il teorema di Pitagora $d = l\sqrt{2}$ dove d è la diagonale e l il lato.

139 Risposta: **B**. Il rettangolo non ha tutti i lati della stessa lunghezza.

140 Risposta: **B**. Interseca solo l'asse y.
Basta porre $x = 0$ e verificare che si ottiene la soluzione $y = 1$

141 Risposta: **D**. $\ln m$ e $\ln t$ sono dei numeri reali.

142 Risposta: **D**. $a^3 + 8 = (a + 2)(a^2 - 2b + 4)$

143 Risposta: **B**. Permutazione di 4 elementi:
$P_4 = 4!$

144 Risposta: **A**. La disposizione di n oggetti distinti è $= n!$

145 Risposta: **E**. Si noti che nell'equazione di secondo grado della circonferenza, mancano entrambi i termini di primo grado; questo significa che il centro è l'origine.

146 Risposta: **C**. Si applica la formula della distanza

$$\sqrt{(x_a - x_b)^2 + (y_a - y_b)^2}$$

147 Risposta: **B**. Il goniometro è uno strumento per la misurazione di angoli. Nella tipologia più semplice è costituito da un cerchio (o un semicerchio) con la circonferenza graduata e un puntatore sul centro di quest'ultima. Centrando il puntatore sull'origine dell'angolo, e facendo coincidere lo zero della gradazione su un lato, si può rilevare il valore dell'angolo leggendo la posizione dell'altro lato lungo la circonferenza graduata. I goniometri da ufficio e per il disegno tecnico sono realizzati in plastica trasparente, per facilitare la lettura della posizione dei lati attraverso lo strumento stesso. I goniometri da officina sono realizzati in materiale più robusto, tipicamente acciaio inossidabile, onde prevenire che la ruggine renda difficoltosa la lettura o cancelli la scala. Il goniometro universale, o goniometro a bracci, può essere considerato come una squadra ad apertura variabile, su cui è stato montato un goniometro. Un braccio è parte integrante del goniometro, dove è incisa la scala graduata, l'altro viene incernierato nel centro del goniometro, e dispone di un indice che punta sulla scala. I bracci così incernierati possono ruotare liberamente posizionandosi tra loro secondo un angolo qualsiasi. Questi vengono lavorati accuratamente in modo che abbiano i bordi perfettamente rettilinei.

148 Risposta: **A**. Il logaritmo naturale, descritto per la prima volta da Nepero, è il logaritmo in base e, pari a 2,71828... e detto numero di Nepero. Il logaritmo naturale è definito per tutti gli argomenti reali e positivi e per i numeri complessi diversi da zero.

149 Risposta: **D**. $\ln v$ e $\ln z$ sono dei numeri reali.

150 Risposta: **E**. La somma $x^2 + y^2 + 1$ non può mai valere zero, ma è necessariamente sempre positiva, essendo somma di monomi positivi.

151 Risposta: **A**. $\mathrm{tg}(-45) = -1$.

152 Risposta: **C**. Sostituendo $k = -2$, si ottiene $y = -2x - 2$: il coefficiente angolare della retta è uguale a quello del fascio.

153 Risposta: **D**. Essendo la funzione $y = \ln x$ crescente, si ha che se $1 < x < e$, segue che
$\ln 1 < \ln x < \ln e$, ovvero $0 < \ln x < 1$

154 Risposta: **D**. L'obiettivo è avere un polinomio avente solo il termine di terzo grado e il termine noto, quindi le formulazioni **A** e **B** vanno eliminate perché darebbero i termini di 3º, di 2º e di 1º grado oltre al termine noto; inoltre la soluzione **E** darebbe il termine di 3º e di 1º. Quindi rimangono le alternative **C** e **D**; se svolgiamo la **D** vediamo che i termini di 2º e di 1º grado si annullano fornendoci la forma $x^3 + 1$.

155 Risposta: **C**. Le soluzioni sono quei valori che soddisfano l'equazione; nel nostro caso si potrebbe pensare che essendo un'equazione di 2º grado le soluzioni siano 2, ma è presente un termine in valore assoluto che complica la risoluzione. Infatti $|x| = x$ se $x > 0$ mentre $|x| = -x$ se $x < 0$, perciò abbiamo 2 soluzioni che sono 0 e +2 per $x > 0$, più la soluzione $x = -2$.

156 Risposta: **C**. Eleviamo al quadrato entrambi i membri dell'equazione $x^2 + 8 = 9x^2 \rightarrow 8x^2 = 8 \rightarrow x = \pm 1$

157 Risposta: **D**. In analisi un numero diviso per zero dà come risultato infinito.

158 Risposta: **B**. La probabilità di azzeccare una delle due risposte al primo colpo è 2/8; la probabilità di indovinare la seconda è 1/7; si tratta di probabilità composta: $2/8 \cdot 1/7 = 1/28$.

159 Risposta: **A**. tg45° = 1

160 Risposta: **D**. Se manca l'incognita di primo grado x, il centro è sull'asse delle y.

161 Risposta: **A**. In statistica è detta mediana di una seriazione la grandezza alla quale corrisponde una frequenza che bipartisce la successione di frequenze, quindi 57.

162 Risposta: **D**. Questa funzione è definita per ogni punto reale, tranne che per $x = 0$, dove si annullerebbe il denominatore.

163 Risposta: **B**. È un limite fondamentale, da ricordare a memoria.

164 Risposta: **C**. Gli asintoti dell'iperbole sono rette.

165 Risposta: **B**. Non è una circonferenza poiché il termine noto deve essere negativo, altrimenti si ottiene $x^2 + y^2 = -4$ che è un equazione impossibile.

166 Risposta: **C**. Si pone l'equazione a sistema con $y = 0$; il discriminante dell'equazione è < 0 quindi non interseca l'asse delle x.

167 Risposta: **A**. Questa è una regola da ricordare a memoria.

168 Risposta: **E**. Infatti in un triangolo qualsiasi ogni lato è minore della somma degli altri due e maggiore della loro differenza. Un triangolo i cui lati misurino 2, 2 e 4 è un triangolo degenere, avente un angolo di 180°. Gli altri due angoli hanno ampiezza zero, e un lato misura quanto la somma degli altri due: graficamente, il triangolo risulta essere un segmento.

169 Risposta: **D**. 12 è un multiplo di 3; i multipli di 12 quindi sono multipli di 3.

170 Risposta: **D**. Possiamo usare due metodi: quello tradizionale oppure una versione abbreviata raggruppando i valori uguali.
a) La media vale

$$\frac{5+6+8+7+5+4+5+7+4+8+3}{11} = 5,63$$

b) Come prima, ma raggruppiamo i valori identici:

$$\frac{3 \cdot 5 + 6 + 2 \cdot 8 + 2 \cdot 7 + 2 \cdot 4 + 3}{1} = 5,63$$

171 Risposta: **D**. Se risulta $a = 0$, la retta è parallela all'asse x.

172 Risposta: **A**. Si pone un sistema fra l'equazione e $y = 0$, e si trovano i 2 valori della x risolvendo l'equazione di 2° grado.

173 Risposta: **A**. Il teorema di De L'Hôpital afferma che in presenza di una forma indeterminata del tipo

$$\frac{0}{0} \text{ e } \frac{\infty}{\infty}$$

possiamo sostituire alle due funzioni le loro derivate per pervenire al risultato.

174 Risposta: **B**. La pavimentazione continua e periodica è possibile con gli esagoni e a maggior ragione con i triangoli equilateri (un esagono è difatti formato da 6 triangoli equilateri). Non è possibile con i soli pentagoni, eptagoni, ottagoni e decagoni, pur se regolari.

175 Risposta: **A**. $\cos a = \sqrt{1 - \text{sen}^2 a}$

176 Risposta: **D**. Poiché cos60 = 1/2, le soluzioni sono del tipo $a = 2k\pi \pm 60$

177 Risposta: **D**. cotg90° = 0

178 Risposta: **C**. Infatti $(101101)_2 = 1 \cdot 2^5 + 0 \cdot 2^4 + 1 \cdot 2^3 + 1 \cdot 2^2 + 0 \cdot 21 + 1 \cdot 20 = 45$

179 Risposta: **A**. $\pi = 180°$, $\pi/6 = 180°/6 = 30°$

180 Risposta: **B**. Deriva dalle formule degli archi associati, sarebbe $\cos(-a) = \cos a$.

181 Risposta: **A**. L'argomento del logaritmo deve essere strettamente maggiore di 0; si pone $f(x) > 0$ $3x - 3 > 0$, $x > 1$.

182 Risposta: **D**. Come si nota dall'equazione di primo grado.

183 Risposta: **A**. Una frazione si dice apparente quando numeratore è multiplo del denominatore; riducendo ai minimi termini la frazione, si ottiene un numero intero.
Per esempio: $\frac{6}{2} = 3$

184 Risposta: **B**. L'integrale indefinito si presenta nella forma

$$\int F(x)dx = f(x) + c$$

ed è quindi definito a meno di una costante arbitraria, non è riferito a un intervallo ed è l'inverso dell'operazione di derivata per il teorema fondamentale del calcolo integrale.

185 Risposta: **E**. Infatti l'unione dei due insiemi è l'insieme che contiene tutti e soli gli elementi dei due insiemi originali.

186 Risposta: **D**. $y = \cos f(x)$, $y' = f'(x) \cdot (-\mathrm{sen} f(x))$
$y = 4 \cos 3x$, $f'(x) = 3$, $y' = 3 \cdot (-4 \,\mathrm{sen}\, 3x)$

187 Risposta: **E**. $(3 + 3)^{3-3} = (6)^0 = 1$
$(-2 + 3)^{-2-3} = (1)^{-5} = 1$

188 Risposta: **C**. La moda di un insieme di dati, è il dato che è più volte ripetuto.

189 Risposta: **D**. Le radici sono i valori di x per cui il polinomio si annulla.
Ora $x^4-2x^2+1 = (x^2-1)^2 = (x-1)^2 (x+1)^2$ perciò l'unica soluzione corretta è la **D**.

190 Risposta: **A**. I casi favorevoli sono 2 (esce prima il 2 e poi il 3 o viceversa) su 36.

191 Risposta: **C**. Si pone $x = 0$ e si risolve $y = -9$, che corrisponde al valore dell'ordinata del punto di intersezione.

192 Risposta: **E**. Poiché la somma degli angoli interni di un triangolo è sempre 180º!

193 Risposta: **C**. Sicuramente il numero d è il maggiore di tutti poiché è l'unico maggiore di 1, infatti 3/2 corrisponde a 1,5, quindi va messo in ultima posizione, così facendo si eliminano 3 soluzioni; rimangono la **C** e la **A**. Tra queste due quella corretta è la **C**, poiché ha in prima posizione il numero a, che essendo esattamente 1/2 è il più piccolo della serie.

194 Risposta: **B**. Un numero primo è divisibile solo per se stesso e per 1 (la successione dei numeri primi comincia con 2, 3, 5, 7, 11,...).

195 Risposta: **C**. Il discriminante delle equazioni di secondo grado serve a determinare le soluzioni dell'equazione e a stabilire se sono reali (il discriminante è positivo) o immaginarie (il discriminante è negativo).

196 Risposta: **D**. Dato che le funzioni geometriche di 26π radianti sono uguali a quelle di 0 radianti, $\mathrm{sen}26\pi = \mathrm{sen}(0) = 0$. Analogamente, vale 0 la tangente di 26π, mentre il suo coseno vale 1.
La funzione logaritmo non è definita per argomenti nulli; dunque la (1) e la (3) non sono definite.

197 Risposta: **D**. In un mazzo di 40 carte esiste un solo asso di cuori, dunque la probabilità di estrarlo è 1/40.

198 Risposta: **B**. L'equazione è impossibile poiché $\mathrm{sen}x = 1$

199 Risposta: **C**. La possibilità di non estrarre palline nere è pari a quella di estrarre quelle rosse e bianche, ovvero 4+5 casi su 3+4+5, cioè 9 su 12, ovvero 3 su 4.

200 Risposta: **B**. Un frattale è un oggetto geometrico che si ripete nella sua struttura allo stesso modo su scale diverse, cioè che non cambia aspetto anche se visto con una lente d'ingrandimento. Questa caratteristica è spesso chiamata autosimilarità. Il termine frattale venne coniato nel 1975 da Benoît Mandelbrot, e deriva dal latino *fractus* (rotto, spezzato), così come il termine frazione; infatti, le immagini frattali sono considerate dalla matematica oggetti di dimensione frazionaria.

201 Risposta: **A**.
$D(3 + \cos x^2) = 0 + (-\mathrm{sen}x^2)2x = -2x \,\mathrm{sen}x^2$

202 Risposta: **C**. La radice quadrata di 2 è un valore poco superiore a 1,4 che, sommato a 1 dà come risultato 2,4, la cui radice è sicuramente compresa tra 1 e 2 essendo $2 = \sqrt{4}$.

203 Risposta: **C**. $f(2) = f(1 + 1) = f(1) + 4 = 5$
$f(3) = f(2 + 1) = f(2) + 4 = 9$

204 Risposta: **B**. Infatti

$$\binom{n}{1} = \frac{n!}{1!(n-1)!} = n$$

(tenendo presente che 1! vale 1).

205 Risposta: **A**. Disposizione di n oggetti presi a k a k,
$D_{n,k} = n \cdot (n-1) \cdot ... (n-k+1)$ $D_{7,3} = 7 \cdot 6 \cdot 5$

206 Risposta: **A**. $\cos(a + 90º) = -\mathrm{sen}a$

207 Risposta: **C**. Si pone $x = 0$ (tutti i punti che appartengono all'asse y, hanno ascissa = 0), e si trova $y = 0^2 - 2 \cdot 0 + 1 = 1$

208 Risposta: **A**. Gli asintoti sono delle rette.

209 Risposta: **D**. $y = \cos f(x)$, $y' = f'(x) \cdot (-\operatorname{sen} f(x))$
$f'(x) = 3$, $y' = (3) \cdot 3 \cdot (-\operatorname{sen} 3x) = -9 \operatorname{sen} 3x$

210 Risposta: **C**. Difatti, nel caso in cui il dividendo non sia multiplo del divisore si ottiene un quoziente decimale.

211 Risposta: **D**. Due rette sono parallele se e solo se hanno lo stesso coefficiente angolare.

212 Risposta: **A**. $ax^2 + by^2 + d = 0$ con $a \neq b$ e $d < 0$ è l'equazione generica di un ellisse.

213 Risposta: **B**. $x^4 - 16y^4 = (x^2 + 4y^2)(x^2 - 4y^2)$

214 Risposta: **C**. I valori di seno, coseno e tangente relativi agli angoli di 30°, 45°, 60° vanno ricordati a memoria.

215 Risposta: **B**. $\cos(a - b) = \cos a \cos b + \operatorname{sen} a \operatorname{sen} b$

216 Risposta: **A**. Il logaritmo del prodotto è uguale alla somma dei logaritmi.

217 Risposta: **C**. Infatti $\cos 45° = \operatorname{sen} 45° = \sqrt{2}/2$

218 Risposta: **E**. $\log a + \log b = \log a \cdot b$, quindi $\log 3 + \log 6 = \log 18$.

219 Risposta: **C**. La funzione seno è periodica di periodo 2π; per calcolare il periodo di $\operatorname{sen}(x/2)$ si calcola: (2π): $(1/2) = 4\pi$.

220 Risposta: **D**. I risultati possibili sono 216, di cui la metà sono dispari.

221 Risposta: **B**.
$\cos(2a - b) = \cos 2a \cos b + \operatorname{sen} 2a \operatorname{sen} b$

222 Risposta: **C**. L'apotema è il segmento che parte dal centro di un poligono regolare e cade perpendicolarmente al lato. L'apotema individua il raggio del cerchio inscritto nel poligono e al crescere del numero dei lati del poligono l'apotema tende a coincidere con il raggio del cerchio circoscritto, mentre il poligono tende a coincidere con il cerchio circoscritto.

223 Risposta: **C**. La probabilità che si estragga un numero, un numero non dipende dalle estrazioni precedenti.

224 Risposta: **C**. Infatti dobbiamo trovare
$\boldsymbol{c} = \boldsymbol{a} \wedge (\boldsymbol{a} + \boldsymbol{b}) = (3\boldsymbol{i} + 5\boldsymbol{j}) \wedge (3\boldsymbol{i} + 5\boldsymbol{j} - 2\boldsymbol{i} + 4\boldsymbol{j}) =$
$= (3\boldsymbol{i} + 5\boldsymbol{j}) \wedge (\boldsymbol{i} + 9\boldsymbol{j}) = \boldsymbol{k}(3 \cdot 9 - 5 \cdot 1) = 22\boldsymbol{k}$.

225 Risposta: **D**. Basta applicare le leggi delle potenze $(((8^2)^2)^2) = 8^8$.

226 Risposta: **A**. È infatti un uguale barrato, ovvero la negazione dell'uguale.

227 Risposta: **E**. I valori di sen60° e cos150° sono opposti, la loro somma è quindi nulla.

228 Risposta: **E**. I casi possibili sono $7 \cdot 6 = 42$ (osserviamo che quelle parole ''una dopo l'altra'' ci invitano senz'altro a pensare a coppie ordinate di palline: prima estratta, seconda estratta). I casi favorevoli all'uscita di una coppia di numeri pari sono $3 \cdot 2 = 6$. La probabilità cercata è perciò $6/42 = 1/7$

229 Risposta: **D**. Normalmente si calcolerebbe $10 \cdot 9 \cdot 8 \cdot ... \cdot 1 = 3\,628\,800$ poiché il primo si può sedere in 10 posti, il secondo in 9 e così via. Dato che la panca è circolare, è solo la posizione relativa dei commensali che conta, ovvero non bisogna considerare dove si siede il primo ma solo come si siedono gli altri 9. Il risultato è pertanto $9! = 362\,880$

230 Risposta: **D**. $1/x + 1/y = 1 \rightarrow (x + y)/xy = 1 \rightarrow$
$x + y = xy$

231 Risposta: **C**. I coefficienti angolari delle due rette sono inversi e di segno opposto al coefficiente angolare di r: $= -1/2$, coefficiente angolare di s: $= 2$.

232 Risposta: **B**. Poiché l'equazione è equivalente a $3x^2 = 3$, la quale ha come soluzione ± 1, pur di considerare che elevando al quadrato eguagliamo il radicale (sempre positivo) con $2x$, il che costringe a considerare solo i valori positivi della x.

233 Risposta: **B**. $x + ky - 2 = 0$; sostituendo nell'equazione della retta $k = 3$, otteniamo la retta $y = -1/3x - 2$; il coefficiente angolare è lo stesso, quindi appartiene al fascio.

234 Risposta: **C**. Sostituendo $x = -2$ otteniamo:
$-8 + 4 - 2 = h \rightarrow h = -6$

235 Risposta: **D**. Un'equazione di 2° grado ammette al massimo due soluzioni reali; infatti se il discriminante è negativo, non ne ammette nessuna; se è uguale a 0, due reali e coincidenti, se è maggiore di 0, due soluzioni reali distinte.

236 Risposta: **A**. In questo caso è sufficiente risolvere la prima equazione e poi sostituire il valore di x nella seconda. Quindi $3x = 10$ da cui si ricava che $x = 10/3$. Se sostituiamo nella seconda espressione troviamo $6 \cdot (10/3) - 1 = 19$.

237 Risposta: **D**. L'iperbole è il luogo dei punti del piano per cui è costante la differenza delle distanze da due punti detti fuochi.

238 Risposta: **B**. e^5 è un numero; la derivata di una costante è sempre uguale a 0.

239 Risposta: **B**. Disposizioni di 5 oggetti diversi = 5!

240 Risposta: **C**. Scomponendo il secondo polinomio si ottiene $(x - 1)(x + 1)$; prendendo i fattori irriducibili con l'esponente più alto otteniamo la risposta **C**.

241 Risposta: **D**. I casi possibili sono 4 su 6 (ovvero l'uscita di 1, 2, 3, 4).

242 Risposta: **E**. Il parallelogramma è un quadrilatero e tutti i quadrilateri hanno quattro vertici e quattro angoli interni, la cui somma delle ampiezze è uguale a 360º.

243 Risposta: **A**. Si cambia il segno della disequazione per semplificare i calcoli $x^2 - 5x + 6 \leq 0$ poi si risolve l'equazione $x^2 - 5x + 6 = 0$ e si trovano le soluzioni $x = 2$ e $x = 3$; il segno della disequazione è minore, si prendono i valori interni all'intervallo (2, 3).

244 Risposta: **B**. Sviluppiamo il binomio:
$(a + b)^2 = (a + b)(a + b) = a^2 + ab + ab + b^2 =$
$= a^2 + 2ab + b^2$.

245 Risposta: **D**. $x = 15/24$, semplificando si ottiene $x = 5/8$

246 Risposta: **A**. Portando le incognite al primo membro, abbiamo $11x = 11$ e, semplificando, $x = 1$.

247 Risposta: **A**. La funzione esiste nel campo reale, difatti a può essere elevato a qualsiasi numero.

248 Risposta: **C**. Essendo il cono il solido che si ottiene per rotazione di un triangolo rettangolo intorno a un suo cateto, quando facciamo ruotare un triangolo rettangolo intorno alla sua ipotenusa, possiamo immaginarlo scomposto in due triangoli rettangoli con un cateto in comune, che quindi genereranno per rotazione due coni con la base in comune.

249 Risposta: **D**. $\cos x = 1/2$ se $x = 60º$

250 Risposta: **C**. $x^3 - y^3 = (x - y)(x^2, +xy + y^2)$, si può verificare svolgendo il prodotto a secondo membro.

